

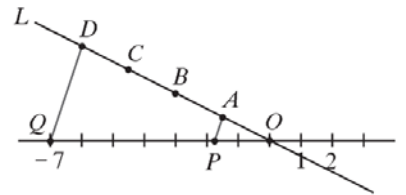
| | | |
|--------|----------------|----------------|
| 東海大學 | 數學(一) 1-1 數與數線 | 2012 年 9 月 3 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

1. 下列 $3+\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{144}$ 、 $\sqrt{360}$ 、 $\frac{2}{19}$ 、 $3.1\overline{416}$ 、 3.1416 共有幾個數是無理數？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5 個。

2. 如右圖，L 與數線交於原點 O，Q 表 -7 在數線上所對應的點且 $\overline{OA} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 。



若 $\overline{QD} \parallel \overline{AP}$ ，則點 P 所對應的有理數為下列何者？

(A) -1.5 (B) -1.625 (C) -1.75 (D) -1.8 (E) -1.875。

3. 設 $x = \sqrt{8 + \sqrt{35}}$ ，則 x 在哪兩個連續整數之間？ (A) 0 與 1 (B) 1 與 2 (C) 2 與 3 (D) 3 與 4 (E) 4 與 5。

4. 設 $0 < x < y < a < b$ 則下列何者正確？

(A) $\frac{b}{a} = \frac{b-x}{a-x} = \frac{b-y}{a-y}$ (B) $\frac{b}{a} > \frac{b-y}{a-y} > \frac{b-x}{a-x}$ (C) $\frac{b}{a} < \frac{b-y}{a-y} < \frac{b-x}{a-x}$ (D) $\frac{b}{a} > \frac{b-x}{a-x} > \frac{b-y}{a-y}$ (E) $\frac{b}{a} < \frac{b-x}{a-x} < \frac{b-y}{a-y}$ 。

5. 設 $a = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ ， $b = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ ， $c = \sqrt{7} + 1$ ，則 (A) $a < b < c$ (B) $b < c < a$ (C) $c < b < a$ (D) $c < a < b$ (E) $a < c < b$ 。

貳、多重選擇題：

1. 下列哪些數可以化為有限小數？ (A) $\frac{5}{12}$ (B) $\frac{119}{35}$ (C) $\frac{101}{88}$ (D) $\frac{1}{8} + \frac{1}{7}$ (E) $\frac{3}{125}$ 。

2. 若 $x = \sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$ ， $y = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ ，則下列敘述何者正確？

(A) $x + y = 4$ (B) $xy = 1$ (C) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -4$ (D) $x^2 - y^2 = 8\sqrt{5}$ (E) $x^3 - y^3 = 76$ 。

3. 下列哪些敘述是正確的？

- (A) 若 a, b 均為無理數，則 $a + b$ 必為無理數。
- (B) 若 a 為有理數，b 為無理數，則 $a + b$ 必為無理數。
- (C) 若 a 為有理數，b 為無理數，則 $a \times b$ 必為無理數。
- (D) 若 $a + b$ ， $a - b$ 都是有理數，則 a, b 必皆為有理數。
- (E) 若 ab ， $\frac{a}{b}$ 都是有理數，則 a, b 必皆為有理數。

第二部份：填充題：

1. 滿足介於 $\frac{1}{3}$ 與 $\frac{1}{4}$ 之間的“有理數為 $\frac{k}{120}$ ”(分母固定為 120) 的正整數 k 有 _____ 個。

2. 若 $745a1$ 為五位數且 $\frac{745a1}{84}$ 可化為有限小數，則 $a =$ _____。

3. 請將 $\frac{20}{37}$ 化為循環小數，則其小數點後第 100 位的數字為 _____。

4. 請化簡下列各式：

(1) $(\sqrt{5}+2)^{51}(\sqrt{5}-2)^{53} =$ _____。

(2) $(\sqrt{33}-\sqrt{39})(\sqrt{11}+\sqrt{13}) =$ _____。

(3) $8\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{8}{3}} - \sqrt{8\frac{1}{3}} =$ _____。

(4) $\frac{5-\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}} + \frac{5+\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}} =$ _____。

5. $\sqrt{19-8\sqrt{3}} = a + b$ ，其中 a 為正整數，且 $0 < b < 1$ ，則 $\frac{3}{a-b} + b$ 的值為 _____。

6. 設 x, y 為有理數，已知 $(3-\sqrt{2})x + (2+2\sqrt{2})y = 12+4\sqrt{2}$ ，則數對 $(x, y) =$ _____。

7. 比較 $a = \sqrt{13} - \sqrt{10}$ ， $b = \sqrt{11} - \sqrt{8}$ 兩個數的大小關係為 _____。

8. 若 $x > 0$ ， $y > 0$ ， $2x + y = 8$ ，則 xy 的最大值為 _____。

9. 已知正數 a, b 滿足 $ab = 16$ ，則 $4a + b$ 的最小值為 _____，此時數對 $(a, b) =$ _____。

10. 農夫老羅打算用鐵絲網圍成一面積為 400 平方公尺的矩形苗圃培育花苗，

問他最少需用 _____ 公尺的鐵絲。

| | | |
|--------|------------------|-----------------|
| 東海大學 | 數學(一) 1-2 數線上的幾何 | 2012 年 9 月 18 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

1. 數線上 P, Q, R 三點，其坐標分別為 5, -7, x；已知 P 為 \overline{QR} 的中點，求 R 點的坐標為

(A) 24 (B) 17 (C) 12 (D) 8 (E) -12。

2. 設 a, b 均為有理數且 $a < b$ 則下列哪一個數最大？ (A) $\frac{a+6b}{7}$ (B) $\frac{2a+5b}{7}$ (C) $\frac{3a+4b}{7}$ (D) $\frac{4a+3b}{7}$ (E) $\frac{5a+2b}{7}$ 。

3. 化簡 $\sqrt{(\sqrt{7} + \sqrt{47} - 4)^2} =$ (A) $\sqrt{7} + \sqrt{47} - 4$ (B) $4 - \sqrt{7} + \sqrt{47}$ (C) $\sqrt{47} + 3$ (D) $\sqrt{47} - 3$ (E) $\sqrt{47} - 9$ 。

4. 滿足方程式 $|x-4| + |x-6| = 2$ 的實數解有多少個？ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 超過 3 個。

5. 下列不等式的解，何者為無解？

(A) $|x+1| > 5$ (B) $|x+2| + |x-3| > 5$ (C) $|x+2| + |x-3| < 5$ (D) $|x+2| + |x-3| = 5$
(E) $|-x+1| > 1000$ 。

貳、多重選擇題：

1. 設 a, b, c 為實數， $a > 0$ ，且 $a + b < 0$ ， $b + c > 0$ 下列哪些敘述是正確的？

(A) $|a| > |b| > |c|$ (B) $|a| < |b| < |c|$ (C) $abc < 0$ (D) $a > c$ (E) $a < c$ 。

2. 若 a, b 為實數則下列敘述何者正確？

(A) $|a| |b| = |ab|$ (B) $\frac{|a|}{|b|} = \frac{a}{b}$ (其中 $b \neq 0$) (C) $|a| + |b| = |a+b|$ (D) 當 $ab < 0$ 時， $|a| + |b| > |a+b|$
(E) 當 $ab \leq 0$ 時 $||a| - |b|| = |a+b|$ 。

3. 若 x, y 為兩實數， $-5 \leq x \leq 9$ ， $|y + \frac{1}{2}| \leq \frac{3}{2}$ ，則下列敘述何者正確？

(A) $-2 \leq y \leq 1$ (B) $-12 \leq 2x+y \leq 19$ (C) $-8 \leq 2x-y \leq 17$ (D) $-18 \leq xy \leq 10$ (E) $25 \leq x^2 \leq 81$ 。

第二部份：填充題：

1. A, B, P 為數線上相異三點，若 A、B 的坐標分別為 4、-11 且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 3$ ，則點 P 坐標為 _____。

2. 設 $-5 < a < 1$ 且 $-2 < b < 3$ ，化簡 $\sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{b^2 + 6b + 9} =$ _____。

3. 在數線上，設兩點 A(a), P(x)，則 $\overline{PA} = |x - a|$ 。可利用此性質求：

(1) $|x + 2| + |x - 3|$ 的最小值為 _____。

(2) $|x + 2| + |x - 3|$ 有最小值時的範圍為 _____。

(3) 若方程式 $|x + 2| + |x - 3| = k$ 有實數解，則實數 k 的範圍為 _____。

4. 設 x 為實數，則

(1) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 6x + 9}$ 的最小值為 _____。

(2) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 6x + 9} = 6$ ，則 $x =$ _____。

5. 聯立不等式 $\begin{cases} |2x - 3| > 3 \\ |2x + 3| < 5 \end{cases}$ ，其解為 _____。

6. 不等式 $3 \leq |2x + 1| < 9$ 的解為 _____。

7. 不等式 $|x - 1| > |x + 2|$ 的解為 _____。

8. 不等式 $|x - 1| + |x + 4| > 5$ 的解為 _____。

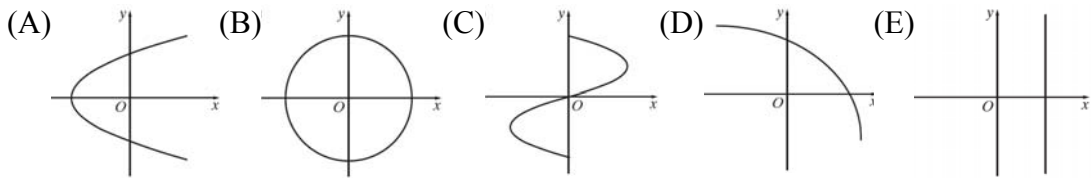
9. 設 a, b 為兩實數， $b > 0$ ，若不等式 $|ax + 1| \leq b$ 的解為 $-3 \leq x \leq 4$ ，則數對(a, b) = _____。

| | | |
|--------|-----------------------|------------|
| 東海大學 | 數學(一) 2-1 簡單多項式函數及其圖形 | 2012 年 月 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

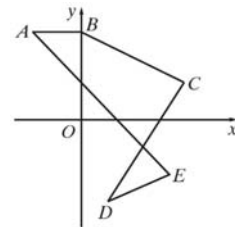
1. 下列何者表 y 是 x 的函數圖形？



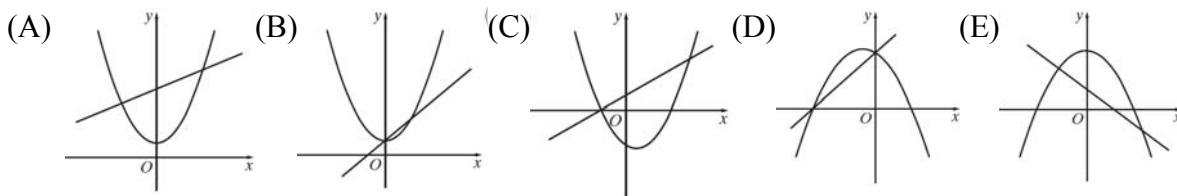
2. 右圖中，若 \overline{AB} 的斜率為 m_1 ， \overline{BC} 的斜率為 m_2 ， \overline{CD} 的斜率為 m_3 ，

\overline{DE} 的斜率為 m_4 ， \overline{AE} 的斜率為 m_5 ，則 m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 中何者為最小？

(A) m_1 (B) m_2 (C) m_3 (D) m_4 (E) m_5 。



3. 下列五個圖形中，何者可為直線 $y = ax + b$ 與二次函數 $y = ax^2 + b$ 之圖形？



貳、多重選擇題：

1. 關於二次函數 $f(x) = -x^2 + 3x - 4$ ， x 為實數的敘述，下列何者正確？

(A) 對稱軸方程式為 $2x - 3 = 0$ (B) 若 $-1 \leq x \leq 2$ ，則 $f(x)$ 有最大值 -2

(C) 將 $y = f(x)$ 的圖形向右平移 2 單位，再向下平移 1 單位所得新圖形的函數為 $y = (x - \frac{7}{2})^2 - \frac{11}{4}$

(D) $y = f(x)$ 的函數值恆為負數 (E) 若 $x_1 > x_2 > 2$ ，則 $f(x_1) < f(x_2)$ 。

2. 下列哪些函數的函數值恆為正數？

(A) $y = x^2 + 4x - 5$ (B) $y = -x^2 + 4x - 5$ (C) $y = x^2 + 4x + 5$ (D) $y = x^2 - 4x + 7$ (E) $y = -x^2 - 4x + 5$ 。

3. 已知 $y = f(x)$ 為奇函數、 $y = g(x)$ 為偶函數且 $h(x) = -3$ ，則下列哪些選項是正確的？

(A) $f(x) = -f(-x)$ 。

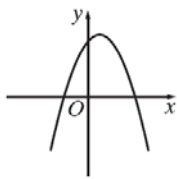
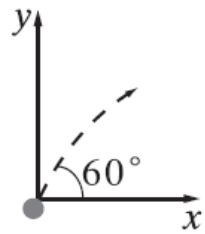
(B) $y = g(x)$ 的圖形對稱於直線： $x=0$ 。

(C) $y = h(x)$ 為偶函數。

(D) $y = f(x) \cdot g(x)$ 的圖形對稱於原點。

(E) $y = f(x) \div h(x)$ 為遞減函數。

第二部份：填充題：

1. 已知一次函數 $f(x) = ax + b$ 的圖形通過 $(2, 3)$ ，且當 x 值每減少 2 單位時，其對應的函數值 $f(x)$ 就增加 1 單位，則 $ab =$ _____。
2. 某次考試，經同學要求將分數調整，老師決定用一次函數來加分，使原本 20 分調為 50 分，原本 50 分調為 95 分，若調整後分數為 80 分，則其原來分數為 _____ 分。
3. 二次函數 $f(x) = x^2 + 4x - 5$ ，當 $-3 \leq x \leq 2$ 時，則 $f(x)$ 的
(1) 最小值為 _____。
(2) 最大值為 _____。
4. 已知二次函數 $y = ax^2 + bx + 3$ ，在 $x = -2$ 時有最大值 $-\frac{1}{a}$ ，則實數對 $(a, b) =$ _____。
5. 設 $a < 0$ ，且當 $2 \leq x \leq 5$ 時，二次函數 $f(x) = a(x-3)^2 + b$ 的最大值為 5，最小值為 2，則實數對 $(a, b) =$ _____。
6. 設函數 $f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-4)^2 + (x-5)^2$ 。若當 $x = x_0$ 時， $f(x)$ 有最小值 m ，則實數對 $(x_0, m) =$ _____。
7. 右圖為 $y = ax^2 + bx + c$ 的函數圖形，則點 $P(ab, bc)$ 位在第 _____ 象限。
8. 設 $f(x) = (k-4)x^2 - 2kx + k$ 的圖形在直線 $y = x + 1$ 的下方，則實數 k 的範圍為 _____。
9. 二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，其圖形為以原點為頂點的拋物線且過 $(3, 1)$ ，則 $a^2 + b^2 + c^2$ 之值為 _____。
10. 若二次函數 $y = f(x)$ 的圖形之對稱軸為 $x = 1$ ，且過 $(3, -5)$ ， $(0, 1)$ ，則此函數圖形之頂點坐標為 _____。
11. 已知二次函數 $f(x)$ 的圖形通過原點及 $P(-3, 3)$ ， $Q(-1, 3)$ 兩點，則 $f(x) =$ _____。
12. 小胖利用壘球發球機練習高飛球接球訓練，若以發球機為原點，壘球發射的水平方向為 x 軸正向，垂直地面向天空的方向為 y 軸正向。已知發球機初速為 40 (m/s)，仰角 60° ，且不計空氣阻力，則由物理學公式可知 t 秒後此壘球的 x 坐標為 $x = 20t$ ； y 坐標為 $y = 20\sqrt{3}t - 4.9t^2$ ；試求：
(1) 寫出 $y = f(x)$ 的關係式： _____。
(2) 此球高度最高為 _____ 公尺。
13. 將 $f(x) = x^3$ 的圖形向左平移 2 單位，再向下平移 1 單位所得的新圖形為 $y = g(x)$ ，則 $y = g(x)$ 和 y 軸的交點坐標為 _____。
14. 若將 $y = 3x - 5$ 的圖形對稱於 y 軸後，所得新的函數為 $y =$ _____。

| | | |
|--------|---------------------|------------------|
| 東海大學 | 數學(一) 2-2 多項式的運算與應用 | 2012 年 10 月 22 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

1. 多項式 $(x^5 - 3x^4 + 4x^2 - 5x + 9)(x^3 - 3x^2 + 4x - 5)$ 展開式中，則 x^4 的係數為 (A) 2 (B) -2 (C) 3 (D) -3 (E) 1。
2. 已知多項式 $f(x) = a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2 - 16(x-2) + 18$ ，則 $(x-2)^2$ 除 $f(x)$ 的餘式為何？
(A) $-16x + 18$ (B) 18 (C) 0 (D) $-16x + 50$ (E) 無法判斷。

貳、多重選擇題：

1. 下列哪些式子為 x 的多項式？

(A) $3x^2 + 2x - \frac{5}{2}$ (B) $2x^3 - \sqrt{3}x + 1$ (C) $\sqrt{x^2 + x + 1}$ (D) $x^2 - |x| + 2$ (E) $x + \frac{1}{x}$ 。

2. 已知 $f(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + a_{m-2} x^{m-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ； $g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0$ ， m, n 為正整數且 a_i, b_j 為實係數其中 $a_m b_n \neq 0$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $f(x) = m$ 。
(B) $g(0) > 0$ 。
(C) 若 $h(x) = f(x) + g(x)$ ，則 $\deg h(x) = m$ 或 n 。
(D) 若 $k(x) = f(x) - g(x)$ 且 $\deg k(x) \neq m$ 或 n ，則 $m = n$ 且 $a_m = b_n$ 。
(E) 若 $\ell(x) = f(x) \cdot g(x)$ ，則 $\deg \ell(x) = m + n$ 。

3. 設 $f(x) = 54x^3 - 99x^2 + 66x - 20 = a(x - \frac{1}{3})^3 + b(x - \frac{1}{3})^2 + c(x - \frac{1}{3}) + d = p(3x - 1)^3 + q(3x - 1)^2 + r(3x - 1) + s$ ，

則下列敘述何者正確？

- (A) $b = 3q$ (B) $a + b + c + d = f(1)$ (C) $r = 6$ (D) $f(\frac{1}{3}) = -7$ (E) $f(0.333)$ 的近似值到小數點後第三位為 -7.006 。

第二部份：填充題：

1. 設多項式 $f(x) = (x^2 - x + 1)^4 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_8 x^8$ ，試求：

(1) 常數項 = _____。

(2) 各項係數總和 = _____。

(3) 偶次項係數總和 = _____。

(4) 奇次項係數總和 = _____。

2. 設 $f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + kx - 1$ ， $g(x) = x^3 + kx^2 + 2x + 3$ ，若 $f(x) \cdot g(x)$ 的展開式中，

所有偶次項係數和等於所有奇次項係數和，則實數 k 的值為 _____。

3. 設 $x^3 - 8x + 5 = a(x-1)(x-2)(x-3) + b(x-1)(x-2) + c(x-1) + d$ ，則 $b =$ _____。

4. 設 $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ ， $g(x) = -x^2 - 2x + 3$ ，則 $2f(x) + 3g(x) =$ _____。

5. 設多項式 $x^2 + ax - 3$ 與 $x + 2$ 相乘後，再加 $bx + 5$ 後得多項式 $x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ ，則實數對 $(a, b) =$ _____。

6. 下式是雨暘利用綜合除法的算式：

$$\begin{array}{r|rrrr} & 6 & +a & +b & +c \\ +) & & -2 & +d & +e \\ \hline & f & -9 & -3 & +3 \end{array} g$$

已知沒有計算錯誤，則 $a + b + c =$ _____。

7. 若多項式 $x^3 + 4x^2 + 5x - 3$ 除以 $f(x)$ 的商為 $x + 2$ ，餘式為 $2x - 1$ ，則 $f(x) =$ _____。

8. 已知 $x = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{8}}$ ，則 $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 2x + 2$ 的值為 _____。

9. 設多項式 $f(x)$ 除以 $x^3 - 1$ ，得餘式為 x^2 ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 + x + 1$ 的餘式為 _____。

10. 某研究團隊為監測墾丁海域的珊瑚礁產卵情況，測量青蛙石在漲潮時的水位高度如下表：

| | | | |
|---------|----|----|----|
| 時間 (PM) | 10 | 11 | 12 |
| 水位 (公尺) | 0 | 12 | 20 |

(1) 試求通過 $A(10, 0)$ ， $B(11, 12)$ ， $C(12, 20)$ 三點的最低次多項式 $f(x) =$ _____。
(需乘開整理成 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的形式)

(2) 估測該次監測的最高水位為 _____。

11. 已知 $f(x)$ 為三次多項式且 $f(-2) = -4$ ， $f(1) = 2$ ， $f(2) = 8$ ， $f(3) = 26$ ，試求 $f(4) =$ _____。

| | | |
|--------|---------------------|-----------------|
| 東海大學 | 數學(一) 2-3 餘式定理、因式定理 | 2012 年 11 月 5 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

- $x^{2010} + x^{2009} + x^{2008} + \dots + x^2 + x + 1$ 除以 $x + 1$ 之餘式為何？ (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) -2 (E) 2011。
- 設 $f(x) = 4x^5 + 8x^4 + 7x^3 + kx^2 - 2x + 5$ 有因式 $x - 1$ ，則 $k =$ (A) 12 (B) 22 (C) 32 (D) -22 (E) -32。

貳、多重選擇題：

- 若多項式 $f(x)$ 除以 $x^3 - 1$ 的商為 $x(x - 1)$ ，餘式為 $2x^2 - x + 3$ ，則下列敘述何者正確？
 - $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 - x + 1)$ 。
 - 多項式 $f(x) = x(x - 1)(x^3 - 1) + 2x^2 - x + 3$ 。
 - 多項式 $f(x)$ 除以 $(x - 1)$ 所得餘式為 4。
 - 多項式 $f(x)$ 除以 $(x - 1)^2$ 所得商為 $x^3 + x^2 + x$ 。
 - 多項式 $f(x)$ 除以 $(x - 1)^2$ 所得餘式為 $3x + 1$ 。
- 已知 n 次實係數多項式 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ，則下列哪些選項是正確的？
 - $a_n \neq 0$ 。
 - $a_0 \neq 0$ 。
 - 若 $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 0$ ，則 $(x - 1)$ 為 $f(x)$ 的因式。
 - 若 $-a_n - a_{n-1} - a_{n-2} - \dots - a_2 - a_1 - a_0 = 0$ ，則 $f(-1) = 0$ 。
 - 偶次項係數和 $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + \dots = \frac{f(1) + f(-1)}{2}$ 。

第二部份：填充題：

- 設以 $x^2 - 3x - 4$ 除多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ ，分別得餘式 $3x + 2$ 與 $-4x + 7$ ，
則以 $x - 4$ 除 $f(x) + g(x)$ 所得的餘式為 _____。
- 設以 $x^3 - 8$ 除 $2x^5 - 5x^3 + a$ 之餘式為 $r(x)$ ，若 $r(x)$ 可被 $x - 2$ 整除，則 a 的值為 _____。
- 設 $f(x) = 2x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 3$ ，則 $f(-\frac{3}{2})$ 的值為 _____。
- 求 $2 \cdot 13^5 - 15 \cdot 13^4 - 136 \cdot 13^3 - 93 \cdot 13^2 + 27 \cdot 13 + 20$ 的值為 _____。
- $f(x) = (x^{101} - 10x^{100} + 9)^2$ 除以 $x^2 - 1$ 所得的餘式為 _____。

6. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 - x - 6$ 的餘式為 $x - 3$ ；除以 $x^2 - 4x - 5$ 的餘式為 $2x + 6$ ，

則 $f(x)$ 除以 $x^2 - 3x - 10$ 的餘式為 _____。

7. 設多項式 $f(x)$ 分別除以 $x+1$ 、 $x+2$ 、 $x-1$ 所得餘式依次為 1 、 -3 、 3 ，

則 $f(x)$ 除以 $(x+1)(x+2)(x-1)$ 的餘式為 _____。

8. 設 $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 10 ，除以 $x^2 + x + 1$ 的餘式為 $x+1$ ，

則 $f(x)$ 除以 $(x-2)(x^2 + x + 1)$ 的餘式為 _____。

9. $f(x) = x^{35} + 3x^{13} - 2$ 除以 $x^2 - x + 1$ 之餘式為 _____。

10. 多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ ，若 $f(x)$ 除以 $x^3 - x$ 的餘式為 $2x^2 - 1$ ， $g(x)$ 除以 $x^3 - x$ 的餘式為 $x^2 + 1$ ，

則 $[x f(x) + g(x)]$ 除以 $x^3 - x$ 的餘式為 _____。

11. 設 $x-7$ 與 $x-9$ 皆為 $(x-8)^{50} + ax + b$ 的因式，則數對 $(a, b) =$ _____。

12. $x^4 + mx^3 + nx^2 - 3x - 2$ 可被 $x^2 + 3x + 2$ 整除，則數對 $(m, n) =$ _____。

13. 設 $f(x)$ 為一多項式， $\deg f(x) = 3$ ，且 $f(-1) = f(\frac{1}{2}) = 0$ ， $f(0) = -4$ ， $f(1) = 12$ ，

則 $f(x) =$ _____。(乘開，以降次形式表示)

14. 設 $f(x)$ 為三次多項式且 $f(1995) = 1$ ， $f(1996) = 9$ ， $f(1997) = 9$ ， $f(1998) = 9$ ，則 $f(1999) =$ _____。

15. 多項式 $f(x) = (a-1)x^2 + (b+2)x + (c+6)$ ，若 $f(100) = f(\sqrt{2}) = f(-0.01) = 10$ ，則 $a + b + c =$ _____。

16. 設 k 為整數，若多項式 $f(x) = x^4 - x^3 - kx^2 + 2kx - 2$ 有整係數一次因式，則 k 的值為 _____。

| | | |
|--------|---------------|------------------|
| 東海大學 | 數學(一)2-4 複數 | 2012 年 11 月 13 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

1. $\frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}} + \frac{9}{\sqrt{-9}} + \frac{\sqrt{-125}}{\sqrt{5}}$ 之值為 (A) $2+2i$ (B) $-2+2i$ (C) $2-2i$ (D) $2+8i$ (E) $2-8i$ 。

2. $i^{11} + i^{12} + i^{13} + \dots + i^{365} =$ (A) 1 (B) $1+i$ (C) i (D) -1 (E) 0。

3. 設 a 為實數，複數 $z = \frac{2a-i}{1-2i}$ 的虛部為 0，則實數 a 為下列何者？ (A) 1 (B) $\frac{1}{4}$ (C) 0 (D) $-\frac{1}{2}$ (E) -1 。

4. 設 a 為實數， $x^2 - ax + 2a^2 + 1 = 0$ 之根為

(A) 相異二實根 (B) 相等二實根 (C) 二共軛虛根 (D) 二有理根 (E) 二無理根。

貳、多重選擇題：

1. 下列敘述何者正確？

(A) $3+3i > 3+2i$ (B) 若 a 為實數， $(\sqrt{a})^2 = a$ (C) 若 $x+yi = 1+3i$ ，則 $x=1$ 且 $y=3$ (D) $(1+i)^2 + (1-i)^2 = 0$

(E) $\overline{\left(\frac{4-6i}{i-2}\right)} = \frac{4+6i}{i+2}$ 。

2. 下列何者為真？

(A) $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5} = \sqrt{(-3) \cdot (-5)}$ (B) $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-5}} = \sqrt{\frac{-3}{-5}}$ (C) $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{(-3) \cdot 5}$ (D) $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{-3}{5}}$

(E) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-5}} = \sqrt{\frac{3}{-5}}$ 。

3. 下列何者為真？ (A) $i\bar{z} = \overline{iz}$ (B) $2\bar{z}-1 = \overline{2z-1}$ (C) $(\bar{i})^2 = \overline{i^2}$ (D) $\overline{z+2i} = \bar{z} + 2i$ (E) $\frac{\overline{iz_1}}{z_2} = \frac{\bar{z}_1}{\overline{iz_2}}$ 。

第二部份：填充題：

1. 設 x, y 為實數， $x+y+i=-10+xyi$ ，則 $(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 =$ _____。

2. 計算下列各式：

(1) $(2+3i)-(4-3i)+(5+2i) =$ _____。

(2) $(1+2i)(2+i)+(2-3i)(4+i) =$ _____。

(3) $\frac{3-i}{2+3i} + \frac{3+i}{2-3i} =$ _____。

3. 設 b 是實數，若複數 $\frac{1+bi}{2-i}$ 的實部與虛部相等，則 $b =$ _____。

4. 解方程式 $4+3z=-iz+3i$ ， $z =$ _____。

5. 設 a, b 為實數， $\frac{1}{3+i} + \frac{1}{a+bi} = \frac{3}{5}$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

6. 已知一複數 z 的實部為 2， $\frac{1}{z}$ 的虛部為 $\frac{1}{4}$ ，則 $z =$ _____。

7. 設 z_1, z_2 為複數， z_1 的虛部為 2， z_2 的實部為 5， z_1+z_2 的虛部為 6， $z_1 \cdot z_2$ 的實部為 7，
則 $\frac{z_1}{z_2}$ 的標準式為 _____。

8. 設 a, b 為實數，且 $\frac{a+5i}{1-2i}$ 的共軛複數為 $-\frac{7}{5}+bi$ ，則 $a+b =$ _____。

9. 解方程式 $3z+2\bar{z}+10-3i=0$ ， $z =$ _____。

10. 用一塊長方形之白鐵皮，把它的四角各剪去一個邊長 4 公分的小方塊，然後把四邊折起來，
做成一個沒有蓋子的盒子。已知長方形白鐵皮的長是寬的 2 倍，做成的盒子容積是 1536 立方公分，
則長方形白鐵皮之面積為 _____ 平方公分。

11. 設 k 為給定之有理數，且對任一有理數 m ，恆使方程式 $x^2-3(m-1)x+2m^2+3k=0$ 之根為有理數，
則 $k =$ _____。

| | | |
|--------|------------------|------------|
| 東海大學 | 數學(一) 2-5 多項式方程式 | 2012 年 月 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

1. 設 α ， β 為方程式 $x^2 + 8x + 4 = 0$ 之兩根，則 $(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 =$ (A) -12 (B) -8 (C) -4 (D) 4 (E) 12 。
2. 方程式 $x^5 - 2x^4 + x^2 - x + 7 = 0$ 的唯一實根在下列哪兩個連續整數之間？
 (A) -3 與 -2 之間 (B) -2 與 -1 之間 (C) -1 與 0 之間 (D) 0 與 1 之間 (E) 1 與 2 之間。

貳、多重選擇題：

1. 已知方程式 $x^3 + 5x^2 + 4x - 10 = 0$ 的三個根 α ， β ， γ 為下列哪些選項是正確的？
 (A) $\alpha + \beta + \gamma = -5$ 。
 (B) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 4$ 。
 (C) $\alpha\beta\gamma = -10$ 。
 (D) $3x - 3$ 為 $x^3 + 5x^2 + 4x - 10$ 的因式。
 (E) 若 $\alpha > 0$ ，則 β 與 γ 互為共軛複數。
2. 已知 $f(x)$ 為實係數多項式且 $\deg f(x) = 3$ ，則下列哪些選項是正確的？
 (A) 若 $f(2 + \sqrt{3}) = 0$ ，則 $f(2 - \sqrt{3}) = 0$ 。
 (B) 若 $f(5 + i) = 0$ ，則 $f(5 - i) = 0$ 。
 (C) $f(x) = 0$ 至少有一實根。
 (D) 至少存在一實數 x_0 ，使得 $f(x_0) = 7x_0$ 。
 (E) $f(x^2) = 0$ 至少有一實根。
3. 下列敘述何者正確？
 (A) 若 $f(x) = 21x^2 + x - 10$ ，因為 3 整除 21 且 5 整除 10 ，所以 $3x + 5$ 為 $f(x)$ 的因式。
 (B) 設 $f(x)$ 為實係數多項式，若 $f(1 + 3i) = -\sqrt{5}$ ，則 $f(1 - 3i) = -\sqrt{5}$ 。
 (C) 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，若 $f(1 + \sqrt{3}i) = 0$ ，則 $f(1 - 3i) \neq 0$ 。
 (D) 設 $f(x)$ 為四次實係數多項式，若 $f(1 + 3i) = f(\sqrt{3}) = 0$ ，則沒有其他實數 x 滿足 $f(x) = 0$ 。
 (E) 方程式 $-x^2 + x - 2 = 0$ 沒有實根。
4. 設 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 為三次實係數多項式，下列哪些選項是正確的？
 (A) 方程式 $f(x) = 0$ 恰有三個根。
 (B) 方程式 $f(x) = 0$ 至少有一實根。
 (C) 若 $f(1)f(2) > 0$ ，則方程式 $f(x) = 0$ 在 1 與 2 之間沒有實根。
 (D) 若 $f(1 + 3i) = 0$ ，則多項式 $f(x)$ 可被 $x^2 - 2x + 10$ 整除。
 (E) 若 $f(1 - 2i) = 0$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸恰有一交點。

第二部份：填充題：

1. 設 $f(x) = 2x^4 + x^3 - 6x^2 - 2x + 6$ ， $g(x) = 2x^4 - 3x^3 + 2x - 2$ ，若存在正數 a 同時使得 $f(a) = 3$ ， $g(a) = 1$ 成立，則 a 的值為 _____。

2. 設 a, b 為正整數，方程式 $x^4 + 3x^3 + ax^2 + x - 3 = 0$ 與 $x^3 + x^2 + bx + 2 = 0$ 有共同的有理根，則數對 $(a, b) =$ _____。

3. 設 a, b, c 為整數，方程式 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 25 = 0$ 有四個相異有理根，則 $a^2 + b^2 + c^2 =$ _____。

4. 若方程式 $2x^2 - 5x + a = 0$ 之兩根為 α, β ，且 $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ ，則實數 a 的值為 _____。

5. 設 α, β 為方程式 $x^2 + 8x + 6 = 0$ 之兩根，試求：

(1) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} =$ _____。

(2) 以 α^2, β^2 為兩根的一元二次方程式為 _____。

6. 若 $a, -a, b$ 為 $2x^3 - 4x^2 + kx + 4 = 0$ 之三根，則 $k =$ _____。

7. 已知 $x^3 - 20x^2 + ax - b = 0$ ，有三個相異的正質數根 α, β, γ ，則 $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 的值為 _____。

8. 設 m, n 為實數，方程式 $2x^3 + 5x^2 + mx + n = 0$ 有兩複數根為 $a - 5i$ 與 $bi - 2$ ，其中 a, b 為非零實數，則

(1) 數對 $(a, b) =$ _____。

(2) 數對 $(m, n) =$ _____。

9. 已知 $3 + 2i$ 為實係數方程式 $5x^3 + ax^2 - 55x + b = 0$ 的根，試求：

(1) 數對 $(a, b) =$ _____。

(2) 方程式的實根為 _____。

10. 設 r 為實數， $2x^2 + (r + 2i)x - (3 + 2i) = 0$ 有一實根 α ，則數對 $(r, \alpha) =$ _____。

11. 設 a, b 為實數，且方程式 $x^4 + x^3 - 2x^2 - 6x - 4 = 0$ 與 $2x^3 + ax^2 + bx - 2 = 0$ 有兩個共同的虛根，

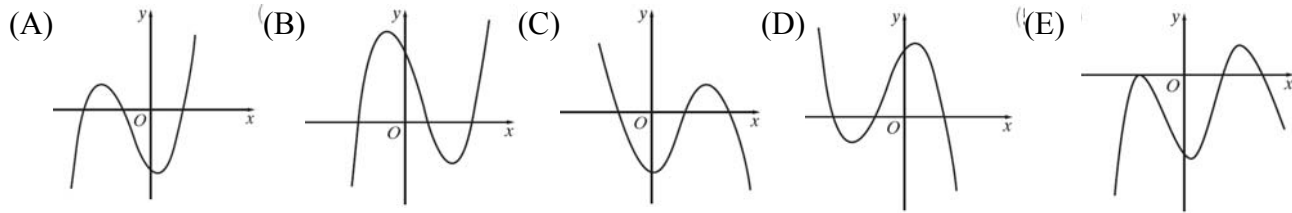
則數對 $(a, b) =$ _____。

| | | |
|--------|---------------------------|------------------|
| 東海大學 | 數學(一) 2-6 多項式函數的圖形與多項式不等式 | 2012 年 12 月 12 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

1. 下列哪一個選項可能為函數 $f(x) = a(x+1)(x-1)(x-2)$, $a < 0$ 之圖形？



2. 設 a, b 為實數，且 $x^2 + ax + b \leq 0$ 的解與 $|x-3| \leq 2$ 的解相同，則下列選項何者正確？

(A) $(a, b) = (-6, 5)$ (B) $(a, b) = (6, -5)$ (C) $(a, b) = (6, 5)$ (D) $(a, b) = (5, 1)$ (E) $(a, b) = (1, -5)$ 。

3. 不等式 $(2-x)(2x-1)(x+3)(4x+1) \geq 0$ 中有幾個整數解？ (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 無限多個。

貳、多重選擇題：

1. 已知二次函數 $f(x) = a(x-1)(x+1)$ 且 $f(5) < 0$ ，試判斷下列哪些敘述是正確的？

- (A) 若 $f(x) = 0$ ，則 $x = 1$ 或 -1 。
- (B) 若 $f(x) > 0$ ，則 $x > 1$ 或 $x < -1$ 。
- (C) 若 $f(x) > 0$ ，則 $-1 < x < 1$ 。
- (D) 若 $f(x) < 0$ ，則 $x > 1$ 或 $x < -1$ 。
- (E) 若 $f(x) < 0$ ，則 $-1 < x < 1$ 。

2. 下列各不等式的解，何者為無實數解？

(A) $x^2 + 4x + 4 \leq 0$ (B) $-x^2 + 3x - 7 < 0$ (C) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 > 0$ (D) $x^2 - x + 2 < 0$ (E) $x^2 + 3x - 1 \leq 0$ 。

3. 下列敘述何者正確？

- (A) 若 $\frac{x-1}{x+3} > 2$ ，則 $x-1 > 2(x+3)$ 。
- (B) 不等式 $(x+3)(x-1) > 0$ 與不等式 $(x+3)(x-1)^{11} > 0$ 的解相同。
- (C) 不等式 $(x+3)(x-1)^2 \geq 0$ 與不等式 $x+3 \geq 0$ 的解相同。
- (D) 不等式 $\frac{x-1}{x+3} \leq 0$ 與不等式 $(x-1)(x+3) \leq 0$ 的解相同。
- (E) 不論 x 為任意實數，且當 $|k| < 2$ ，則 $x^2 + kx + 1$ 的值恆為正數。

第二部份：填充題：

1. 解下列各不等式：

(1) $x - \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 2x + 3$: _____。

(2) $3x \leq x^2$: _____。

(3) $(x+1)(x-1)^2(x-3)^3(x^2-x+2) \geq 0$: _____。

(4) $(x-1)(x^2-3) \leq 2x(1-x)$: _____。

(5) $(x^3 + 2x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2) > 0$: _____。

(6) $\frac{2x^2 + 5x - 2}{x^2 + 2x - 3} \leq 2$: _____。

2. 設 a 為實數，若不等式 $ax - 1 - 2(x + a) > -3$ 之解為 $x < -4$ ，則 a 的值為 _____。

3. 設三個一次函數 $f(x) = 3x - 2$ ， $g(x) = 3 - x$ ， $h(x) = x - 5$ ，若 $f(x) \geq g(x) \geq h(x)$ ，則 x 的範圍為 _____。

4. 若實係數二次不等式 $kx^2 + (2k - 3)x + \frac{6k - 3}{2} < 0$ 的解為任意實數，試求 k 的範圍為 _____。

5. 設不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解為 $-2 < x < 5$ ，則不等式 $ax^2 - bx + c > 0$ 的解為 _____。

6. 已知 $f(x)$ 為實係數二次函數，若 $f(x) < 0$ 的解為 $x > 4$ 或 $x < 2$ ，則 $f(2x - 1) > 0$ 的解為 _____。

7. 已知 $f(x) = x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 11x + 30$ ，且 $f(-2) = f(3) = 0$ ，則不等式 $f(x) \geq 0$ 的解為 _____。

8. 已知多項式方程式 $f(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 7x - 20 = 0$ 有一複數根 $1 - 2i$ 。若實數 a 滿足 $f(a) < 0$ ，

試求 a 的範圍為 _____。

9. 有一個分子、分母和為 80 的最簡分數，將此分數化成小數，再將小數點後第 2 位以下的數值去掉得到小數值為 0.7，則此分數為 _____。

| | | |
|--------|---------------|------------------|
| 東海大學 | 數學(一) 3-1 指數 | 2012 年 12 月 22 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

1. $(\frac{1}{4})^{\frac{1}{4}}$ 等於下列何者？ (A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{1}{256}$ (D) $\frac{1}{16}$ (E) 16。

2. 設 $a > 0$ ，化簡 $\sqrt[4]{a^{20}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{a^{12}}} =$ (A) a^6 (B) a^7 (C) a^8 (D) a^9 (E) a^{10} 。

貳、多重選擇題：

1. 判斷下列各式何者正確？ (A) $(-\sqrt{5})^0 = 1$ (B) $(\frac{1}{7})^{-1} = -7$ (C) $(-8)^{\frac{1}{3}} = -2$ (D) $6^{\frac{3}{2}} = 6\sqrt{6}$ (E) $\sqrt{8-4\sqrt{3}} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ 。

2. 判斷下列各式哪些選項正確？

(A) $0^0 = 0$ (B) $(-2)^5 \times (-2)^4 = (-2)^{5+4} = -512$ (C) $((\sqrt{7})^{\frac{2}{3}})^6 = 7^{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 6} = 49$ (D) $\sqrt{7-2\sqrt{6}} = 1 - \sqrt{6}$
(E) $(-5)^{10} \div (-5)^2 = (-5)^{10-2} = 5^8$ 。

3. 設 $a > 0$ ，已知 $a^{2x} = 3 - 2\sqrt{2}$ ，下列選項何者正確？

(A) $a^{2x} + a^{-2x} = 6$ (B) $a^x = 1 - \sqrt{2}$ (C) $a^x + a^{-x} = \sqrt{6}$ (D) $a^{3x} + a^{-3x} = 10\sqrt{2}$ (E) $a^{4x} + a^{-4x} = 34$ 。

第二部份：填充題：

1. 試計算下列各式的值：

(1) $\sqrt[4]{4096} + 729^{\frac{1}{3}} - 169^{\frac{1}{2}} =$ _____。

(2) $25^{\frac{1}{2}} \times 1331^{\frac{1}{3}} \div 1024^{\frac{3}{5}} =$ _____。

(3) $((\frac{81}{25})^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} \times (\frac{125}{27})^{\frac{2}{3}} =$ _____。

2. 已知 $4^x = 5$ ，則 $8^x =$ _____。

3. 設 $a^{2x} = 5$ ，則 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x - a^{-x}} =$ _____。

4. 設 $f(x) = k \cdot a^x$ ，其中 $a > 0$ ， k 與 a 均為常數，若 $f(1) = 8$ ， $f(7) = 1$ ，則 $f(5) =$ _____。

5. 已知 $a > 0$ 且 $a - \frac{1}{a} = 4$ ，試計算下列各式的值：

(1) $a^2 + a^{-2} =$ _____。

(2) $a^4 - a^{-4} =$ _____。

6. (1) 已知 $(35)^x = \frac{1}{49}$ ， $(0.2)^y = 343$ ，則 $\frac{2}{x} - \frac{3}{y} =$ _____。

(2) 已知 $abc \neq 0$ 且 $2^a = (\sqrt{12})^b = 36^c$ ，則 $\frac{c}{a} - \frac{2c}{b} =$ _____。

7. 請利用指數運算性質，解下列各方程式：

(1) $\frac{\sqrt[3]{x^6}}{2x^{-2}} \cdot \frac{10}{x^7} = 40$ ， $x =$ _____。

(2) $(\sqrt{3})^{2x-3} = \frac{9\sqrt{3}}{3^x}$ ， $x =$ _____。

(3) $\left(\frac{9}{4}\right)^x \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^{x-1} = \frac{3}{2}$ ， $x =$ _____。

8. 解方程式 $2^{2x+1} + 2^{3x} = 5 \cdot 2^{x+4}$ ，得 $x =$ _____。

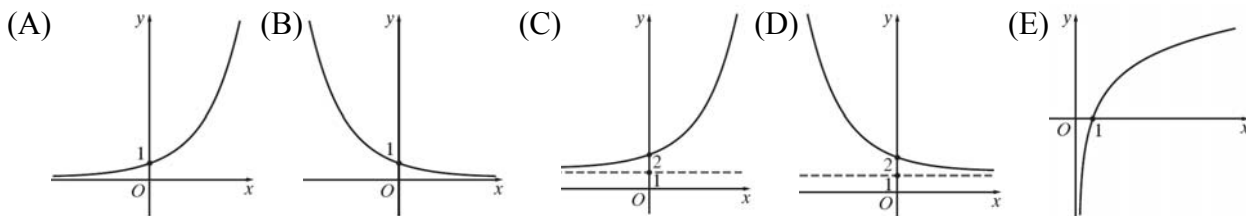
9. 方程式 $\begin{cases} 2^x + 2^{y+1} = 72 \\ 2^{x+y-1} = 128 \end{cases}$ ，則數對 $(x, y) =$ _____。

| | | |
|--------|--------------------|------------|
| 東海大學 | 數學(一) 3-2 指數函數及其圖形 | 2012 年 月 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

1. 下列圖形何者為 $y = 1 + (\frac{5}{3})^x$ 的部分圖形？



2. $y = 2^x$ 之圖形與 $y = (\frac{1}{2})^x$ 之圖形對稱於 (A) x 軸 (B) y 軸 (C) $x + y = 0$ (D) $x - y = 0$ (E) 原點。

3. 設 $a = (3^{-4})^{-2}$, $b = (\frac{1}{9})^{-5}$, $c = 27^4$, 則三數的大小關係為

(A) $c > b > a$ (B) $a > c > b$ (C) $b > a > c$ (D) $b > c > a$ (E) $c > a > b$ 。

4. 下列哪一個數值最小？ (A) $(0.2)^{1.5}$ (B) $(0.2)^{2.5}$ (C) $(0.2)^{3.5}$ (D) $(0.2)^{\sqrt{3}}$ (E) $(0.2)^{\sqrt{5}}$ 。

貳、多重選擇題：

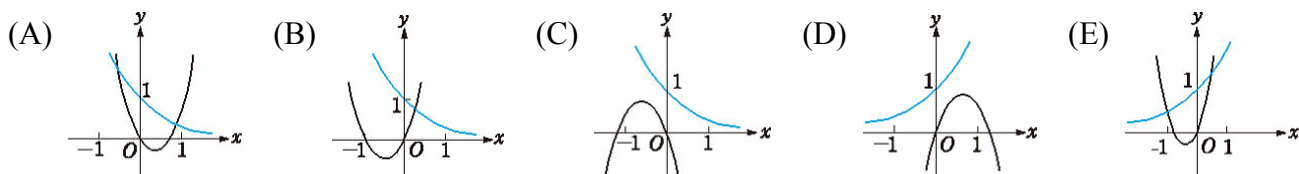
1. 關於指數函數 $f(x) = a^x$ 下列敘述何者正確？

(A) $f(x) > 0$ 恆成立 (B) $y = f(x)$ 的圖形必過點 $(1, 0)$ (C) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸交於一點
(D) $y = f(x)$ 的圖形凹向上 (E) $y = f(x)$ 為嚴格遞增函數。

2. 已知指數函數 $f(x) = a^x$ 的圖形通過點 $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, 則下列哪些點也在此指數函數圖形上？

(A) $(0, 1)$ (B) $(2, 2)$ (C) $(-2, 16)$ (D) $(3, 64)$ (E) $(-\frac{1}{2}, 2)$ 。

3. 在下列圖形中，二次函數 $y = ax^2 + bx$ 與指數函數 $y = (-\frac{b}{a})^x$ 之圖形，可能是下列何者？



第二部份：填充題：

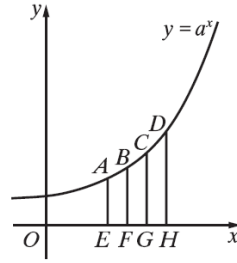
1. 設 $a > 0$ ， $y = a^x$ ，若 x 增加 4 時， y 之值變為原來的 $\frac{1}{4}$ 倍，則 $a =$ _____。

2. 如右圖 A、B、C、D 四點依序落在 $y = a^x$ 的圖形上，

\overline{AE} 、 \overline{BF} 、 \overline{CG} 、 \overline{DH} 分別垂直 x 軸於 E、F、G、H，

且 $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH}$ ，若 \overline{AE} 長為 $\frac{125}{64}$ 公分， \overline{DH} 長為 $\frac{27}{8}$ 公分，

則 \overline{CG} 的長為 _____ 公分。(以最簡分數作答)



3. 將 $y = 2^{x+1}$ 的圖形向左移動 2 個單位，再向上移動 3 個單位，所得的圖形方程式為 $y = f(x)$ ，則 $f(2) =$ _____。

4. 二圖形 $y = 2^{x^2-x+3}$ 與 $y = 8^x$ 的交點坐標為 _____。

5. 設 A、B 兩點分別在函數圖形 $f(x) = 2^x$ 與 $g(x) = 4^x$ 上，直線 AB 垂直 x 軸且 $\overline{AB} = 56$ ，則 A 點坐標為 _____。

6. 試比較 $a = \sqrt[4]{3}$ ， $b = \sqrt{2}$ ， $c = \sqrt[6]{5}$ 的大小：_____。

7. 設 k 為實數，若 α ， β 為方程式 $4^x + k \cdot 2^x + 32 = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta$ 之值 = _____。

8. 解下列各不等式：

(1) $(0.3)^{x^2-5x+2} < (0.3)^{x-6}$ ， x 的範圍為 _____。

(2) $(0.1)^{x^2-5x+2} > 100$ ， x 的範圍為 _____。

(3) $\frac{1}{100^{x+2}} + 100^{x+3} > 0$ ， x 的範圍為 _____。

(4) $(\frac{1}{2})^{x+1} < 16 < (\frac{1}{4})^x$ ， x 的範圍為 _____。

(5) $3^{2x} - 10 \times 3^{x-1} + 1 < 0$ ， x 的範圍為 _____。

9. 設 $f(x) = 4^x - 4 \cdot 2^x$ ， $0 \leq x \leq 2$ ，若 $f(x)$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則數對 $(M, m) =$ _____。

| | | |
|--------|---------------|----------------|
| 東海大學 | 數學(一) 3-3 對數 | 2012 年 1 月 4 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

1. 若 $k \cdot 3^r = 8$ 且 $k \cdot 9^r = 32$ ，則 r 等於下列何者？ (A) $\log_3 8$ (B) $\log_2 3$ (C) $\log_3 2$ (D) $\log_4 3$ (E) $\log_3 4$ 。
2. $\log_9 a = 6$ ， $\log_3 b = 10$ ，則 $\log_3(a^2 + b^3)$ 的值與何數較為接近？ (A) 10 (B) 12 (C) 24 (D) 30 (E) 42。

貳、多重選擇題：

1. 判斷下列各式何者正確？

(A) $\log_1 1 = 0$ (B) $\log_{0.1} 1 = 0$ (C) $\log_{-3}(-27) = 3$ (D) $\log_{13} 169 = 2$ (E) $\log_{13} 169 = \frac{1}{2}$ 。

2. 若 x 為實數， a, b, c, M, N 皆為正數且 $a \neq 1$ ，則關於對數的運算性質，下列哪些選項正確？

(A) $\log_a a^b = b$ 。

(B) $a^{\log c} = c$ 。

(C) $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ 。

(D) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ 。

(E) $\log_a M^x = |x| \cdot \log_a M$ 。

第二部份：填充題：

1. 已知 $f(x) = \log_{(x+1)}(3x^2 + 2x - 1)$ 有意義，則實數 x 的範圍為 _____。

2. 若 α, β 為方程式 $x^2 + (3\log_a 2)x + \log_a 1.5 = 0$ 的兩實根，則

(1) $a^\alpha \cdot a^\beta$ 的值為 _____。

(2) $(a^\alpha)^\beta$ 的值為 _____。

3.請利用對數運算性質，求下列各式的值：

(1) $\frac{1}{3} \log_4 27 - (2 \log_4 6 - \frac{1}{2} \log_{16} 81) =$ _____。

(2) $4^{-2 \log_4 3} + 9^{\log_3 4} - 7^{\frac{\log 2}{\log 7}} =$ _____。

(3) $(\log_4 125)(\log_5 36)(\log_6 8) =$ _____。

(4) $(\log_3 25 + \log_9 5)(\log_5 27 + \log_{\frac{1}{25}} 9) =$ _____。

4.若 $\log_a x = 4$ ， $\log_b x = 6$ ， $\log_c x = 24$ ，則 $\log_{abc} x$ 的值為 _____。

5.設 $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ ，試以 a ， b 表示 $\log_{25} 72 =$ _____。

6.設 $30^a = 5$ ， $30^b = 3$ ，則 $6^{\frac{a+2b}{1-a}} =$ _____。

7.利用 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ，可求得 $\log 48 =$ _____。

8.請利用對數運算性質，解下列各方程式：

(1) $\log_{\frac{1}{2}}(x+3) + 2 \log_2(x-1) = 1$ ， $x =$ _____。

(2) $\log_2(x+5) - 1 = 2 \log_4(x-3)$ ， $x =$ _____。

(3) $\log_2 x - 5 \cdot \log_x 2 = 4$ ， $x =$ _____。

9.已知 a ， b ， c 為整數，若 $a \log_{369} 3 + b \log_{369} 9 + c \log_{369} 41 = 5$ ，則 $c =$ _____。

10.已知對數函數 $f(x) = \log_a x$ ，滿足 $f(\sqrt{5}+1) + f(\sqrt{5}-1) = 0.5$ ，則 $f(16) =$ _____。

| | | |
|--------|--------------------|--------------|
| 東海大學 | 數學(一) 3-4 對數函數及其圖形 | 2012 年 1 月 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

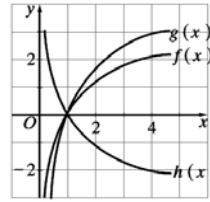
壹、單一選擇題：

- 指數函數 $y = 2^x$ 之圖形與對數函數 $y = \log_2 x$ 之圖形對稱於下列哪一個？
(A) x 軸 (B) y 軸 (C) 原點 (D) 直線 $x + y = 0$ (E) 直線 $x - y = 0$ 。
- 設 P 為函數 $y = x^2 - 5x + 6$ 圖形上的點，且 P 的 x 坐標為 $\log_2 3$ ，則 P 點的位置在
(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限 (E) 坐標軸上。
- 求解方程式 $2^x = \log_{\frac{1}{2}} |x|$ ，實根有幾個？ (A) 0 個 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 3 個 (E) 4 個。

貳、多重選擇題：

- 關於對數函數 $f(x) = \log_a x$ 的圖形，下列敘述何者正確？
(A) a 為異於 1 的正實數。
(B) $f(x)$ 恆為正數。
(C) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸交於一點。
(D) $y = f(x)$ 的圖形與任一鉛直線皆交於一點。
(E) $y = f(x)$ 為嚴格遞減函數。
- 已知對數函數 $f(x) = \log x$ 的圖形有一點 (a, b) ，則下列哪些點也在此對數函數圖形上？
(A) $(1, 0)$ (B) $(10a, b + 1)$ (C) $(100a, 10b)$ (D) $(\frac{a}{10}, b - 1)$ (E) $(a + 1, b)$ 。
- 已知 $a > b > c > 0$ ，試判斷下列各式何者成立？
(A) $5^a > 5^b > 5^c$ 。
(B) $(\frac{1}{2})^a > (\frac{1}{2})^b > (\frac{1}{2})^c$ 。
(C) $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b} > \sqrt[3]{c}$ 。
(D) $\log_{0.1} a > \log_{0.1} b > \log_{0.1} c$ 。
(E) $\log_c a > \log_a b > \log_b c$ 。
- 下列各式的值，何者大於 1？ (A) $\log_4 5$ (B) $\log_{0.1} 0.3$ (C) $\log_{0.5} 0.3$ (D) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{5}$ (E) $\log_{(\sqrt{2}-1)} \sqrt{3}$ 。
- 請判斷下列選項哪些是正確的？
(A) $y = 3^x$ 與 $y = \log_3 x$ 的圖形相交於一點。
(B) $y = 5^{-x}$ 與 $y = \log_{\frac{1}{5}} x$ 的圖形對稱於 $x - y = 0$ 。
(C) $y = 2^x$ 與 $y = \log_2 x$ 的圖形對稱於 y 軸。
(D) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 與 $y = \log_4 x$ 的圖形對稱於 x 軸。
(E) $y = 7^x$ 與 $y = 7^{-x}$ 的圖形對稱於 y 軸。

第二部份：填充題：



1. 已知 $f(x) = \log_a x$ ， $g(x) = \log_b x$ ， $h(x) = \log_c x$ 的圖形如右，
則 a, b, c 的大小關係為 _____。

2. 若 $y = \log_a(x-1)$ 的圖形通過 $(3, 1)$ ， $(b, 0)$ ， (a, c) 三點，則 $a+b+c =$ _____。

3. 已知函數 $y = \log_3 x$ 的圖形上有 $A(2, a)$ ， $B(54, b)$ 兩點，則直線 AB 的斜率為 _____。

4. 二函數 $y = \log_3(x-1)$ 與 $y = \log_9(9-4x)$ 之圖形的交點坐標為 _____。

5. 將函數 $y = \log_a x$ 的圖形向左平移 9 單位，再向上平移 3 單位，可得一新函數圖形。

又 $A(16, 5)$ 為此新函數圖形上的一點，則 $a =$ _____。

6. 已知方程式 $2^x = -x$ 的實根為 a ，方程式 $\log_2 x = -x + 2$ 的實根為 b ，方程式 $\log_{\frac{1}{2}} x - x = 0$ 的實根為 c ，
則 a, b, c 的大小關係為 _____。

7. 解下列各不等式：

(1) $\log_3(x-1) > \log_3(9-5x)$ ， x 的範圍為 _____。

(2) $\log_{\frac{1}{5}}(x-1) \geq \log_{\frac{1}{25}}(3x+1)$ ， x 的範圍為 _____。

(3) $2 \cdot (\log_4 x)^2 + 5 \cdot (\log_4 x) - 3 \leq 0$ ， x 的範圍為 _____。

(4) $x^{\log_5 x} > \frac{125}{x^2}$ ， x 的範圍為 _____。

8. 若 $\log_2 \log_{\frac{1}{3}} \log_4 x$ 有意義，則 x 的範圍為 _____。

9. 滿足 $(\frac{5}{2})^n > 10000$ 的最小正整數 $n =$ _____。

| | | |
|--------|--------------------|----------------|
| 東海大學 | 數學(一) 3-5 指數與對數的應用 | 2013 年 3 月 4 日 |
| 附屬高級中學 | 高中部一年 班 號 姓名： | 家長簽章： |

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題：

- 設各項均為正數的等比數列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_6 \cdot a_7 = 25$ ，則 $\log_5 a_2 + \log_5 a_3 + \dots + \log_5 a_{11} =$
(A) 625 (B) 125 (C) 25 (D) 10 (E) 2。
- 下列哪一個選項的首數是 3？ (A) $\log 1234$ (B) $\log 123.4$ (C) $\log 12.34$ (D) $\log 1.234$ (E) $\log 0.1234$ 。
- 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ，試問 $\frac{1}{2^{200}}$ 在小數點後第幾位開始不為 0？ (A) 60 (B) 61 (C) 62 (D) 63 (E) 200。
- 有一超級電腦正以二進位的模式檢驗 $f(n) = 2^n - 1$ 是否為質數，今已確認 $f(6972593)$ 是質數，
已知一面 A4 報表紙可列印 3000 個數字，若欲將此質數雙面列印存檔，則約需幾張 A4 報表紙？
(A) 170 (B) 200 (C) 350 (D) 500 (E) 700 張。

貳、多重選擇題：

- 下表為常用對數表 $y = \log x$ 的部份表格，試判斷下列哪些選項是正確的？

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 24 | 3802 | 3820 | 3838 | 3856 | 3874 | 3892 | 3909 | 3927 | 3854 | 3962 |
| 25 | 3979 | 3997 | 4014 | 4031 | 4048 | 4065 | 4082 | 4099 | 4116 | 4133 |
| 38 | 5798 | 5809 | 5821 | 5832 | 5843 | 5855 | 5866 | 5877 | 5888 | 5899 |
| 39 | 5911 | 5922 | 5933 | 5944 | 5955 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 |

- $\log 2.51 = 0.3997$ 。
 - $\log 246 = 3909$ 。
 - 若 $10^x = 39.1$ ，則 $x = 1.5922$ 。
 - 若 $10^x = 0.385$ ，則 $x = -0.4145$ 。
 - $\log 2.465 = 0.392$ (四捨五入到小數第三位)。
- 若 $x = 3^{32}$ ，請問下列敘述何者正確？
 - $\log x = 15.2672$ 。
 - $\log x$ 的尾數為 0.2672。
 - x 為 15 位數。
 - x 的最高位之數字為 2。
 - $3^{32} > 2^{50}$ 。
- 一放射性物質的半衰期為 t 小時，即每經過 t 小時，該物質的質量會減少為原來的 $\frac{1}{2}$ ，試判斷下列哪些敘述正確？
 - 若該放射性物質原有 100 公斤，則經過 t 小時後，剩下 50 公斤。
 - 若該放射性物質原有 2 公克，則經過 $2t$ 小時後，剩下 0.5 公克。
 - 若該放射性物質原有 W_0 公克，則經過 x 小時後，剩下 $W_0 \cdot 2^{-\frac{x}{t}}$ 公克。
 - 若 $t = 8$ ，且觀察兩日後剩下 0.1 公克，則觀察初期原有 $(0.1)^6$ 公克。
 - 若 $t = 2$ ，且該放射性物質現有 2 公克，則該放射性物質在 1 小時前有 3 公克。

第二部份：填充題：

1. 若 $\log x$ 的首數為 3，且其尾數與 $\log 198$ 之尾數相同，則 x 的值為 _____。
2. 已知 $\log x$ 的首數為 4，且尾數不為 0，則 $\log \frac{1}{x}$ 的首數為 _____。
3. 已知 $\log A$ 的首數比 $\log B$ 的首數小 1， $\log A$ 的尾數比 $\log B$ 的尾數大 $\log 5$ ，試求 A, B 的關係式為 _____。
4. 已知 $\log 3.42 \approx 0.5340$ ， $\log 3.43 \approx 0.5353$ ，試利用內插法求 $\log 3.427$ 之近似值為 _____。(近似至小數第四位)
5. 已知 47^{100} 為 168 位數，求 47^{30} 為 _____ 位數
6. 若 $(6.4)^{-100}$ 在小數點後第 n 位開始出現不為 0 的數字 a ，則數對 $(n, a) =$ _____。
7. 於某實驗中，細菌 1 日後增加 k 倍，且已知三日後的細菌數為 200000 個，五天後為 1800000 個，求 $k =$ _____。
8. 甲存款十萬元，年利率 10%，每年複利一次，則 4 年後可得利息 _____ 元。
9. 已知在一容器中有 A, B 兩種菌，且在任何時刻 A, B 兩種菌的個數乘積為定值 10^{10} 。為了簡單起見，科學家用 $P_A = \log(n_A)$ 來記錄 A 菌個數的資料，其中 n_A 為 A 菌的個數。假設科學家將 B 菌的個數控制為 5 萬個，則此時 $P_A =$ _____。
10. 日本 2011 年 3 月 11 日發生大地震，造成核災幅射感染，其傳播速度可用數學模式 $N = 20(1 + 100^{0.02x})$ 表示，其中 N 表示傳播 x 天內已經受幅射感染的人數，試求開始傳播至少 _____ 天(取整數) 會有 1000 人以上受到幅射感染。
11. pH 值也就是酸鹼值，是判斷液體為酸性或鹼性的測度值，它和液體中氫離子濃度有關。假設某液體的氫離子濃度為 x 莫耳/公升，則其 pH 值定為 $-\log x$ 。正常雨水的 pH 值為 5.6，小於 5.6 即為酸雨，酸雨對地球是有害的。在西元 1979 年，美國維吉尼亞州曾測到 pH 值為 1.6 的酸雨，這比檸檬酸還要酸。試求這種雨水的氫離子濃度是正常雨水氫離子濃度的 _____ 倍。
12. 已知聲音的強度 x (單位： W/m^2) 所產生的噪音為 $10 \log \frac{x}{10^{-12}}$ 分貝，試問：
 - (1) 80 分貝的聲音強度是 70 分貝聲音強度的 _____ 倍。
 - (2) 若一隻蜜蜂振翅可產生 20 分貝的噪音，則櫻花樹下百隻蜜蜂同時振翅的噪音可達 _____ 分貝。